Aufgabe 1.

1.1

$$L_{ab} = \{w \in \{a,b\}^* \mid \exists v \in \{a,b\}^*. w = abv \vee w = vba\}$$

$$Eslassensichfürdie Sprachefolgende Äquivalenzklassenfinden[\varepsilon]_{L_{ab}}, [a]_{L_{ab}}, [aa]_{L_{ab}}, [b]_{L_{ab}}, [ba]_{L_{ab}}, [ab$$

$$\Sigma^*/L_{ab} = \{[\varepsilon]_{L_{ab}}, [a]_{L_{ab}}, [aa]_{L_{ab}}, [b]_{L_{ab}}, [ba]_{L_{ab}}, [ab]_{L_{ab}}\}$$

$$Da\ \Sigma^*/L_{ab}\ endlichististdie Sprache L_{ab} nach\ Myhill/Nerode\ regulär.$$

1.2

$$L_P = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$$

$$UmzuzeigendasdieSpracheL_Pnichtregulärist, mussmaneineRegelfindenmitdermanunendlich vielepaarweiseverschiedeneÄquivalenzklassenerzeugenkann.$$

$$DieKlasse[ab]isnichtäquivalentzu[aab]undauchnichtzu[aaab]. \text{Daherkannmannach} derRegel[a^nb]undn = 1, n = 2, n = 3, \dots, n = \infty eineunendlichgroßeMengeanÄquivalenzklassen erzeugen. DeshalbistdieSpracheL_Pnichtregulär.$$

Aufgabe 2.

2.1

$$L_z = \{1^{(2^n)} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$Annahme: L_z istregulär$$

$$Dannwählemann_0 \in \mathbb{N}undw = 1^{(2^{n_0})}mitw \in L_z und \mid w \mid \geq n_0.$$

$$Seiw = xyzeinebeliebigeZerlegungmit \mid xy \mid \leq n_0undy \neq \varepsilon und \forall k \in \mathbb{N} xy^kz \in L_z,$$

$$danngiltx = 1^i, y = 1^j undz = 1^{(2^{n_0})-i-j}fürj \neq 0, i + j \leq n_0 undi, j \in \mathbb{N}.$$

$$Seik = 2, dannistxy^2z = 1^i1^j1^j1^{(2^{n_0})-i-j} = 1^{(2^{n_0})+j},$$

$$daj \neq 0ist1^{(2^{n_0})+j} > 1^{(2^n)}also1^{(2^{n_0})+j} \notin L_z.$$

$$AusderKontrapositionderPumpingLemmafolgtalso: L_z istnichtregulär.$$

2.2

$$L_f = \{a^nb^{f(n)} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$Annahme: L_f istregulär$$

$$Dannwählemann_0 \in \mathbb{N}undw = a^{n_0}b^{f(n_0)}mitw \in L_f und \mid w \mid \geq n_0.$$

$$Seiw = xyzeinebeliebigeZerlegungmit \mid xy \mid \leq n_0undy \neq \varepsilon und \forall k \in \mathbb{N} xy^kz \in L_z,$$

$$danngiltx = a^i, y = a^j undz = a^{n_0-i-j}b^{f(n_0)}fürj \neq 0, i + j \leq n_0 undi, j \in \mathbb{N}.$$

$$Seik = 0, dannistxy^0z = a^ia^{n_0-i-j}b^{f(n_0)} = a^{n_0-j}b^{f(n_0)},$$

$$daj \neq 0undn_0 - j \neq n_0 istxy^0z \notin L_{f.}$$

$$AusderKontrapositionderPumpingLemmafolgtalso: L_f istnichtregulär$$